レッスン 5013 長方形・ひし形・正方形の定義と性質

ポイント

● 特別な平行四辺形の定義

・長方形 ： 4 つの角がすべて等しい四角形

・ひし形 ： 4 つの辺がすべて等しい四角形

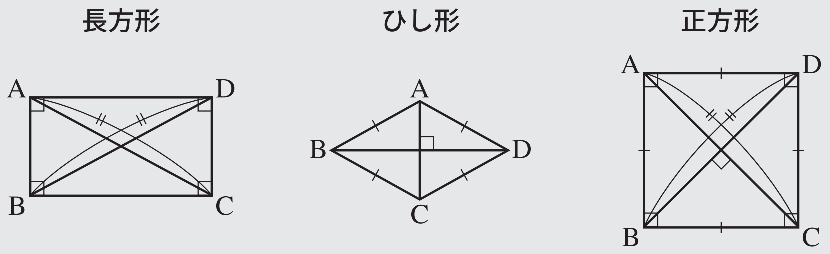
・正方形 ： 4 つの角がすべて等しく，4 つの辺がすべて等しい四角形

● 特別な平行四辺形の対角線の性質

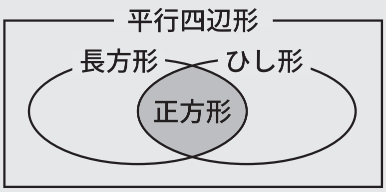
・長方形 ： 対角線が等しい

・ひし形 ： 対角線が垂直に交わる

・正方形 ： 対角線が等しく，垂直に交わる



● 長方形やひし形は平行四辺形の特別な場合であり，
長方形でありひし形でもある四角形が正方形である



問題

次の(1)～(4)のそれぞれの四角形について，ア～ウの性質であてはまるものを**すべて**選びなさい。

ア　4つの辺がすべて等しい
イ　4つの角がすべて等しい
ウ　2組の対辺がそれぞれ等しい

(1) 平行四辺形

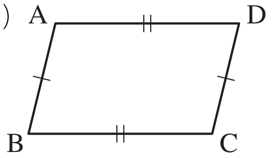
(2) ひし形

(3) 長方形

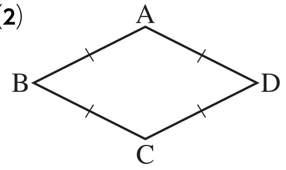
(4) 正方形

解答

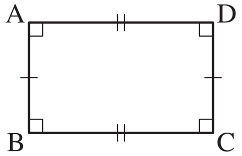
(1) 平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい。
よって
ウ　…(答)

(1)


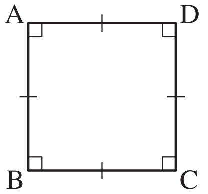
(2) ひし形の4つの辺はすべて等しい。よって，2組の対辺もそれぞれ等しいといえるから
ア，ウ　…(答)

(2)


(3) 長方形の4つの角はすべて等しい。また，長方形は平行四辺形でもあるから，2組の対辺はそれぞれ等しい。よって
イ，ウ　…(答)

(3)


(4) 正方形の4つの辺はすべて等しく，4つの角もすべて等しい。よって，2組の対辺もそれぞれ等しいといえるから
ア，イ，ウ　…(答)

(4)


次の(1)～(4)のそれぞれの四角形について，ア～ウの性質であてはまるものを**すべて**選びなさい。

ア　2組の対辺がそれぞれ平行
イ　対角線がそれぞれの中点で交わる
ウ　対角線の長さが等しい

(1) 平行四辺形

(2) ひし形

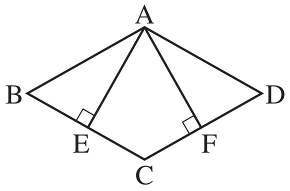
(3) 長方形

(4) 正方形

レッスン 5014 特別な平行四辺形を利用した証明

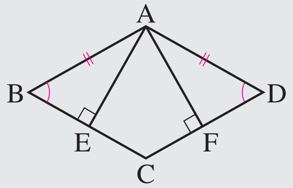
問題

右の図のように，ひし形 ABCD の頂点 A から辺 BC，CD にそれぞれ垂線 AE，AF をひくとき，AE ＝ AF となることを次のように証明する。このとき，空欄 [(1)] ～ [(4)] を埋めなさい。



【証明】
$\triangle$ABE と $\triangle$ADF において，仮定より
$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ …①
[(1)] から
AB ＝ AD …②
[(2)] から
[(3)] …③
①，②，③より，[(4)] から
$\triangle ABE \equiv \triangle ADF$
合同な三角形の対応する辺は等しいので
AE ＝ AF （証明終）

ポイント



- $\triangle$ABE と $\triangle$ADF が合同であることを示せれば，対応する辺が等しいことから AE $=$ AF を証明できる

- 直角三角形の合同条件を利用する

- ひし形の 4 つの辺はすべて等しいから
  $$AB = AD$$
  また，ひし形の対角は等しいから
  $$\angle ABE = \angle ADF$$
  となることを利用する

解答

【証明】

$\triangle$ABE と $\triangle$ADF において，仮定より

$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ …①

(1) ひし形の 4 つの辺はすべて等しい から

$AB = AD$ …②

(2) ひし形の対角は等しい から

(3) $\angle ABE = \angle ADF$ …③

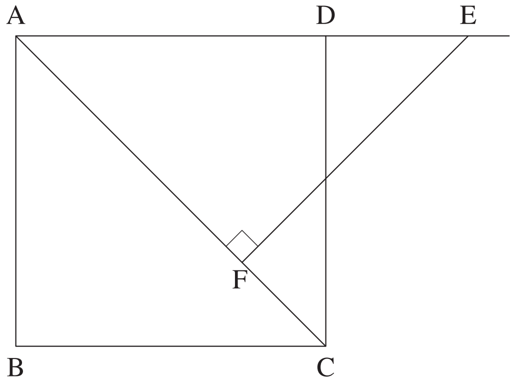
①，②，③より， (4) 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい から

$\triangle ABE \equiv \triangle ADF$

合同な三角形の対応する辺は等しいので

$AE = AF$ （証明終）

次の図のように，正方形 ABCD の辺 AD を延長して，AC ＝ AE となるように点 E をとる。さらに，点 E から対角線 AC に垂線 EF をひくと，AB ＝ AF であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (5) を埋めなさい。



【証明】

△ABC と △AFE において，仮定より

(1) ＝ 90°　…①

(2)　…②

また，△ABC，△ADC はそれぞれ ∠B ＝ 90°，∠D ＝ 90° の直角二等辺三角形なので

(3) ＝ 45°　…③

①，②，③より，(4) から

△ABC ≡ △AFE

よって，(5) から

AB ＝ AF　（証明終）